

1. 집합  $X$ 를 실수구간  $[-1, 1]$ 이라고 하고 다음의 거리(metric)가 주어져 있다고 하자.

$$d(x, y) = \begin{cases} |x - y| + 1 & \min(x, y) < 0 \text{ 이고 } \max(x, y) \geq 0 \text{ 일때} \\ |x - y| & \min(x, y) \geq 0 \text{ 또는 } \max(x, y) < 0 \text{ 일때} \end{cases}$$

이렇게 정의된 거리공간  $(X, d)$ 에 대하여 다음 질문에 답하시오.

- (a) 컴팩트 (compact) 공간인지를 컴팩트 공간의 정의를 이용하여 직접 보이시오.
- (b)  $[-1, 0)$ 의 폐포 (closure)를 구하시오.
- (c) 표준위상이 주어진  $\mathbb{R}$ 의 부분공간  $[-1, 1]$ 에 주어진 부분공간 위상(subspace topology)보다 세밀한(finer) 위상임을 보이시오.

2. 실수집합  $\mathbb{R}$ 에 주어진 다음 위상을 생각하자.

$$\mathcal{T} = \{(-\infty, a) \mid a \in \mathbb{R}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}.$$

- (a)  $\mathcal{T}$ 는 위상임을 보이시오.
  - (b) 이 위상에 대하여 수열  $\{1/n\}_{n=1}^{\infty}$ 이 수렴하는지 밝히고 수렴하는 경우 극한은 무엇인지 구하시오. (이유도 기술하시오)
  - (c) 이 위상에 대하여 구간  $(0, 1)$ 의 극한점(limit point)을 모두 구하시오. (이유도 기술하시오)
3. 실수의 집합  $\mathbb{R}$ 의 부분집합족  $\mathcal{T}_b = \{(-\infty, a] \mid a \in \mathbb{R}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ 은 위상(topology)인지 아닌지 설명하시오.
4. 자연수의 집합  $\mathbb{N}$ 에 다음의 순서를 생각하자.

$$a < b \iff a \text{가 홀수이고 } b \text{가 짝수 또는 } a, b \text{가 같은 홀짝이고 } a < b.$$

집합  $\mathbb{N}$ 에  $<$ 에 의한 순서위상(order topology)이 주어졌을때 다음 질문에 답하시오.

- (a) 홀수집합  $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ 의 폐포(closure) 구하시오. (이유도 기술하시오)
  - (b) 함수  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ 가  $f(n) = 2n$ 으로 주어졌을때  $f$ 가 연속인지 아닌지 밝히시오.
5. 집합  $X = \{a, b, c\}$ 에서  $Y = \{0, 1\}$ 로 정의된 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가  $f(a) = f(b) = 0, f(c) = 1$ 으로 정의되었다.  $Y$ 에 이산위상 (discrete topology)가 주어졌을때  $f$ 가 연속이 되는  $X$ 의 위상을 모두 구하시오.